

⑤ ELEMENTÁRNÍ TEORIE ČÍSEL

ELEMENTÁRNÍ TEORIE ČÍSEL - studuje základní vlastnosti celých čísel
- my: při přirovnáních a souvislosti s jejich dělitelností

1. násobek, dělitel

CIFERNÝ (ČÍSLICOVÝ) ZÁPIS ČÍSLA - uspořádaný n-tupel des. rozvinutého zápisu čísla (n des. soustava)

$$\begin{array}{c} \text{Rád } 4 \ 3 \ 2 \ 1 \ 0 \\ \text{Číslice} \end{array} \quad 27035 = 2 \cdot 10000 + 7 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 1$$

$$= 2 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

$\left[\begin{array}{l} a^0 = 1 \text{ pro } a \neq 0 \\ 0^0 \text{ nedf.} \end{array} \right]$

CIFERNÝ ZÁPIS ROZVINUTÝ ZÁPIS $CS = 2 + 7 + 0 + 3 + 5 = 17$

$$[148,25 = 1 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}]$$

CIFERNÝ SOUČET (CS) - součet cifer v ciferném zápise

$$\text{lib. trojcif. číslo } (xyz)_3 = x \cdot 10^2 + y \cdot 10^1 + z \cdot 10^0 = 100x + 10y + z$$

$$\text{lib. čtyřcif. číslo } (abcd)_4 = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10^1 + d \cdot 10^0 = 1000a + 100b + 10c + d$$

NÁSOBEK, DĚLITEL

$$35 = 5 \cdot 7$$

35 je násobkem 5 5 je dělitelem 35, 35 je dělitelné 5, 5 dělí 35 $5/35$
 35 je násobkem 7 7 je dělitelem 35, 35 je dělitelné 7, 7 dělí 35 $7/35$

Číslo a je NÁSOBKEM čísla b
 Číslo b je DĚLITELEM čísla a } $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{N} : a = kb$
 (a. přiroz. č. b tak, že $a = kb$)

- nápis: $k/a \dots$ b dělí a , b je dělitelem a
 a je dělitelné b

$12/12 \dots 12$ dělí 12, tj. 12 je dělitelné 12
 $12/6 \dots 12$ dělí 6, tj. 6 je dělitelné 12

- platí: $\forall m \in \mathbb{N} : m = 1 \cdot m \Rightarrow 1/m$ 1 je dělitelem každého přiroz. čísla
 m/m každé přiroz. číslo je dělitelné sebou samým

SOUDĚLNÁ, NESOUDĚLNÁ ČÍSLA

Přirozená čísla mají pramen

- NESOUDĚLNÁ $\Leftrightarrow$ společným dělitelem je pouze číslo 1
- SOUDĚLNÁ $\Leftrightarrow$ společným dělitelem je i číslo > 1 (tj. mají alespoň 2 různé společné dělitele - 1 a další přiroz. č. > 1)

úkol: vyjádřit racion. čísla ve tvaru zlomku v základním tvaru

$\frac{p}{q}$ $p \in \mathbb{Z}$ $q \in \mathbb{N}$ p, q nesoudělné

pr. Vyh. v náhl. tvaru

$$\frac{120}{210} = \frac{12 \cdot 10}{21 \cdot 10} = \frac{12}{21} = \frac{3 \cdot 4}{3 \cdot 7} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{120}{210} = \frac{72^4}{21^4} = \frac{4}{7}$$

ZÁPIS PŘIROZENÝCH ČÍSEL POMOCÍ NÁSOBKU (ZVOLENÉHO) ČÍSLA A ZBYTKU PŘI DĚLENÍ TÍMTO (ZVOLENÝM) ČÍSLEM

pr. Napište posloupně přirozená čísla v tvaru co nejmenšího násobku čísla b a zbytku k

a) $b=2$

$$1 = 2 \cdot 0 + 1$$

$$2 = 2 \cdot 1 + 0$$

$$3 = 2 \cdot 1 + 1$$

$$4 = 2 \cdot 2 + 0$$

$$5 = 2 \cdot 2 + 1$$

⋮

$$n = 2k + r \quad \begin{matrix} r \in \{0, 1\} \\ k \in \mathbb{N}_0 \end{matrix}$$

$$n = 2k$$

SUDA

$$2 \mid n$$

$$n = 2k + 1$$

LICHA

$$2 \nmid n$$

b) $b=3$

$$1 = 3 \cdot 0 + 1$$

$$2 = 3 \cdot 0 + 2$$

$$3 = 3 \cdot 1 + 0$$

$$4 = 3 \cdot 1 + 1$$

$$5 = 3 \cdot 1 + 2$$

$$6 = 3 \cdot 2 + 0$$

⋮

$$n = 3k + r \quad \begin{matrix} r \in \{0, 1, 2\} \\ k \in \mathbb{N}_0 \end{matrix}$$

$$n = 3k$$

$$3 \mid n$$

$$n = 3k + 1$$

$$3 \nmid n$$

$$n = 3k + 2$$

$$3 \nmid n$$

VĚTA

Návide přirozené číslo n lze vyjádřit pomocí přív. čísla $b > 1$ v tvaru

$$n = bk + r \quad \text{ kde } r \in \{0, 1, 2, \dots, b-1\} \quad k \in \mathbb{N}_0$$

(n v tvaru co nejmenšího násobku čísla b a zbytku r),

tedy jedním z výrazů

$$n = bk \vee n = bk + 1 \vee n = bk + 2 \vee \dots \vee n = bk + (b-1)$$

Příklady

① napište konkrétní zápis čísel

a) $327 = 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 7 = 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$

b) $6305 = (6 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 5) = 6 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$

c) $44068 = 4 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$

② Upravte na nákladní tvar (ne křivě)

a) $\frac{360}{504} = \frac{90}{126} = \frac{45}{63} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$

b) $\frac{520}{1880} = \frac{52}{188} = \frac{26}{94} = \frac{13}{47}$

c) $\frac{1188}{2484} = \frac{594}{1242} = \frac{297}{621} = \frac{99}{207} = \frac{33}{69} = \frac{11}{23}$

③ První x čísel vyjádřili jako součet co největšího násobku druhého čísla a zbytku $n = 6k + x$

a) 11; 3 $11 = 3 \cdot 3 + 2$ $\left(\begin{matrix} 11:3 = 3 \\ 2 \end{matrix} \right)$

b) 29; 4 $29 = 4 \cdot 7 + 1$ $\left(\begin{matrix} 29:4 = 7 \\ 1 \end{matrix} \right)$

c) 105; 7 $105 = 7 \cdot 15 + 0$ $\left(\begin{matrix} 105:7 = 15 \\ 0 \end{matrix} \right)$

d) 75; 12 $75 = 12 \cdot 6 + 3$ $\left(\begin{matrix} 75:12 = 6 \\ 3 \end{matrix} \right)$

④ Vyjádřili pomocí proměnné k , kde $k \in \mathbb{N}_0$

a) libovolné přirozené číslo, které je násobkem šesti
 $n = 6k \quad k \in \mathbb{N}_0$

b) lib. přir. číslo, které při dělení třemi dá zbytek 2
 $n = 3k + 2 \quad k \in \mathbb{N}_0$

c) lib. liché číslo
 $n = 2k + 1 \quad k \in \mathbb{N}_0$

d) lib. přirozené číslo, které při dělení osmi dá zbytek 4.
 $n = 8k + 4 \quad k \in \mathbb{N}_0$

⑤ Vyjádřili slovy a uveďte alespoň 3 čísla s uvedenou vlastností.

5.5 a) $3k + 1$ číslo, které při dělení třemi dá zbytek 1
(číslo, které je součtem násobku 3 a čísla 1)
např. 4 ($4 = 3 \cdot 1 + 1$) 7 ($7 = 3 \cdot 2 + 1$) 10 ($10 = 3 \cdot 3 + 1$)

b) $7k + 3$ číslo, které při dělení 7 dá zbytek 3
(číslo, které je součtem násobku 7 a čísla 3)
např. ($7 \cdot 2 + 3$) 17 ($7 \cdot 7 + 3$) 52 ($7 \cdot 9 + 3$) 66

c) $25k + 22$ číslo, které při dělení 25 dá zbytek 22
(číslo, které je součtem násobku 25 a čísla 22)
např. $25 \cdot 3 + 22 = 75 + 22 = 97$ $25 \cdot 10 + 22 = 272$ $25 \cdot 20 + 22 = 522$

⑥ Uveďte všechny případy, které vyjadřují násobky 6 a slovíčkem vyjádřete libovolného přirozeného čísla.

5.6 $n = 6k \quad n = 6k + 1 \quad n = 6k + 2 \quad n = 6k + 3 \quad n = 6k + 4 \quad n = 6k + 5$

⑦ Uveďte, které ze kápiol x předchozích úloh ov. čísla dělitelná

5.7 a) dvěma

b) třemi

$n = 6k$

$n = 2(3k) \Rightarrow 2|m$

$n = 3(2k) \Rightarrow 3|m$

$n = 6k + 2$

$n = 2(3k + 1)$

$\Rightarrow 2|m$

$n = 6k + 3$

$n = 3(2k + 1)$

$\Rightarrow 3|m$

$n = 6k + 4$

$n = 2(3k + 2)$

$\Rightarrow 2|m$

$(n = 6k + 5 \Rightarrow 2 \nmid n, 3 \nmid n)$